

1. En un reloj de pared el minutero mide 20cm y el horario mide 15cm. ¿Cuál es la distancia entre sus puntas cuando el reloj marca las 5?



2. El vector **H** está en el primer cuadrante, mide 8m y forma 30° con el eje X positivo. El vector **K** está en el segundo cuadrante, mide 6m y forma 30° con el eje Y positivo.

Use métodos geométricos para encontrar el valor de la suma $\mathbf{S} = \mathbf{H} + \mathbf{K}$ y el ángulo que forma **S** con el eje horizontal.

3. Dados $\mathbf{F} = 2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ y $\mathbf{G} = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, se pide calcular:

- El producto escalar entre los vectores **F** y **G**
- El ángulo ϕ entre ambos vectores
- El producto vectorial de los vectores **F** y **G**

4. Una avioneta vuela en dirección norte con rapidez $V_a = 72 \text{ Km/h}$ cuando comienza a soplar un viento del noreste, $V_v = 18 \text{ Km/h}$.

- Dibuje la situación física, indicando los vectores velocidad inicial de la avioneta y velocidad del viento
- Expresa las velocidades V_a y V_v en función de sus componentes
- Calcule la velocidad resultante **V** sobre la avioneta

Determine la desviación que sufre la avioneta con respecto a la dirección norte que llevaba inicialmente.

5. Un excursionista descansa frente a un lago y decide llegar a pie a un muelle que está enfrente, al otro lado del lago. Primero camina 14 Km. al sureste, luego se dirige 60° al norte del este y camina 20 Km., y por último camina 5 Km. al oeste.

- Calcule el vector que describe el desplazamiento del excursionista
- ¿A que distancia del punto de partida está el muelle?
- ¿En que dirección debe desplazarse el excursionista si quiere regresar en bote?

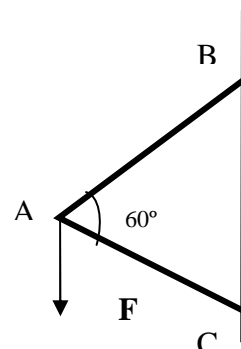
6. Para desplazar un objeto se aplican simultáneamente dos fuerzas **F**₁ y **F**₂ (medidas en newtons). Si sabemos que la suma de ambas fuerzas es $\mathbf{F}_T = (200\mathbf{i} - 100\mathbf{j}) \text{ N}$ y una de las fuerzas es $\mathbf{F}_1 = (50\mathbf{i} - 40\mathbf{j} + 60\mathbf{k}) \text{ N}$, encuentre:

- La segunda fuerza **F**₂.
- El ángulo entre **F**₁ y **F**₂

7. Dados dos vectores expresados en coordenadas polares: $\mathbf{V}_1 = (30, 60^\circ)$ y $\mathbf{V}_2 = (40, 150^\circ)$, encuentre:

- Sus componentes en coordenadas cartesianas
- La diferencia entre ambos vectores: $\mathbf{V}_2 - \mathbf{V}_1$.

8. Sobre una estructura metálica se aplica una fuerza **F** de magnitud 400 N en la dirección que se indica en el dibujo. Descomponga esta fuerza a lo largo de las direcciones de las barras **AB** y **BC**.



9. Hallar un vector **W** de magnitud 25 unidades y que sea paralelo al vector $\mathbf{V} = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\sqrt{3}\mathbf{k}$

10. Hallar los valores de A para que los vectores **M** y **N** sean perpendiculares $\mathbf{M} = 8\mathbf{i} - 4\mathbf{j} + 4A\mathbf{k}$ y $\mathbf{N} = -2\mathbf{i} - 3A\mathbf{j} + A\mathbf{k}$

11. Un topógrafo calcula el ancho de un río siguiendo el siguiente método: Se para frente a un árbol de la ribera opuesta y camina 100m para fijar su línea base. Allí mira hacia el árbol y determina que el ángulo que forma el árbol con la línea base es de 30° .

- Dibuje la situación
- Calcule el ancho del río
- Explique por qué no se indica si camina los 100m a la derecha o a la izquierda.

12. Un velero parte de la Boya 1 y se desplaza una distancia de 3,1 km al este tratando de llegar en línea recta a la Boya 2. De repente se levanta un fuerte viento que lo desvía en dirección sureste, El velero aprovecha el viento y se desplaza 1,5 km en esa dirección. En ese momento gira y fija el rumbo en 30° al norte del este para llegar en línea recta a la Boya 2.

- Haga un esquema de los desplazamientos del bote.
- Calcule la distancia d_3 que debe recorrer en dirección 30° al N del E para llegar a la Boya 2
- Calcule la distancia D que separa las boyas.

13. El velero de la pregunta anterior realiza el primer desplazamiento D_1 en 15 minutos, el segundo desplazamiento D_2 en 10 minutos y el tercero D_3 en 40 minutos. Calcule:

- La velocidad media v_1 (en m/s) para cada desplazamiento.
- La velocidad media v_T del velero durante su desplazamiento total.
- La rapidez media del velero.
- Si este recorrido fuera parte de una competencia, ¿cuál información usarían los jueces, su velocidad media o su rapidez media? ¿Por qué?

14. Los instrumentos de un avión indican que se dirige al norte y su rapidez con respecto al aire es de 240 km/h. En un momento dado, el avión penetra en una perturbación atmosférica y la Torre de Control avisa al piloto que tiene un viento de 90Km/h en dirección de oeste a este.

- Haga un esquema vectorial para representar las dos velocidades: la velocidad del avión relativa al aire tranquilo ($V_{\text{avión,aire}}$) y la velocidad del viento medida en tierra ($V_{\text{aire, tierra}}$).
- Encuentre la velocidad del avión en relativa a tierra y la desviación que sufre su dirección inicial por efecto del viento.
- Explique, con palabras y un dibujo, cómo se debe corregir el rumbo para mantener su dirección original a pesar del viento.

15. Un objeto se desplaza en el espacio de manera que su posición en cada instante está dada por el vector de posición $r(t) = (2t^2 \mathbf{i} - 4t \mathbf{j} + 8\mathbf{k})$ m. a) Calcule su velocidad media entre $t = 2s$ y $t = 7s$. b) Escriba el significado físico de la velocidad media

Analice la ecuación $r(t)$ y explique cómo cree usted que luciría su gráfico en 3D.

16. Las coordenadas de una pelota, expresadas en metros, varían en el tiempo según los parámetros:

$$x = 20t ; y = 35t - 5t^2$$

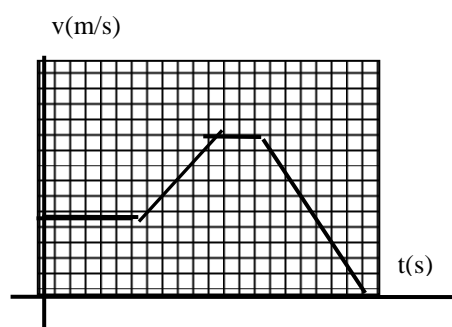
- Determine los vectores que describen su posición $r(t)$, velocidad $v(t)$ y aceleración $a(t)$ en cada instante.
- Hallar el tiempo necesario para que la pelota se encuentre a una altura de 10 metros, y explique el resultado obtenido.
- Calcular el instante para el cual su rapidez en el eje Y (v_y) es nula. Cuanto vale $v(t)$ en ese instante?
- Encuentre la ecuación $y(x)$ que describe la trayectoria de la pelota. Observe que se pide $y(x)$, o sea, que va a que ya no va a aparecer t en su ecuación.
- Haga un esbozo de la ecuación de la trayectoria, o sea, la función $y(x)$ para el intervalo $t = 0$ y $t = 5s$ tomando intervalos de 0,5 segundos.

17. Un jugador lanza la pelota desde una altura de 1,5m con una rapidez de 72 Km/h y un ángulo de 60° con la horizontal. Un segundo jugador corre y la atrapa cuando está cayendo y la atrapa a una altura $h = 2,5m$ sobre el terreno. Calcule:

- El tiempo que estuvo la pelota en el aire
- A que distancia del lugar de lanzamiento fue atrapada la pelota
- La velocidad de la pelota al momento de ser atrapada.

18. El gráfico muestra la rapidez de un objeto que se mueve en línea recta. Cada división de la cuadrícula corresponde a una unidad para calcular:

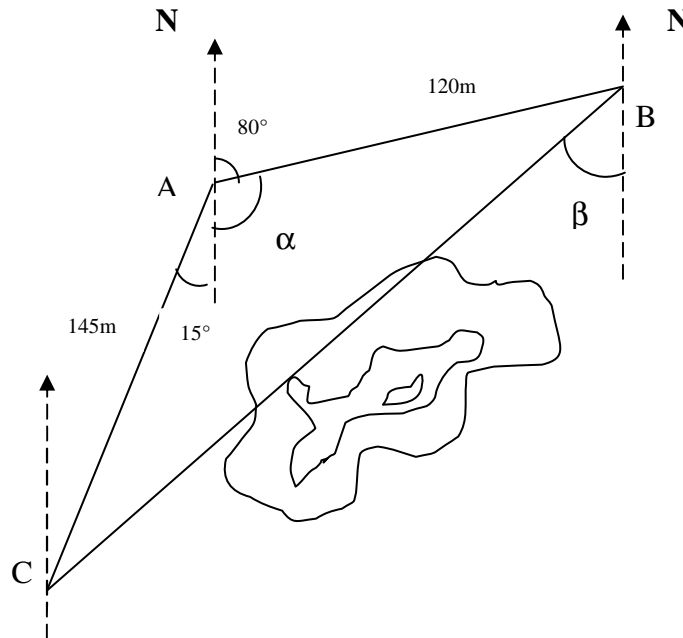
- Su rapidez en cada uno de los intervalos mostrados: entre 0 y 5s, etc.
- La distancia total recorrida por el objeto.



Un ejercicio de planimetría

En el levantamiento de un terreno triangular se midieron los rumbos y longitudes de los lados AB y AC, tal como se muestra en el dibujo. Se necesita calcular:

- La longitud y el rumbo del lado BC
- Los ángulos interiores del triángulo y la comprobación del cierre triangular.
- El vector BC en coordenadas cartesianas

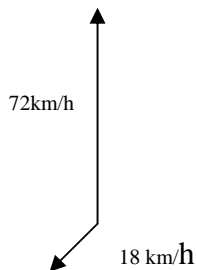


Respuestas

1. Distancia entre las puntas $D = 33,8 \text{ cm}$

3. a) $\vec{F} \cdot \vec{G} = 22$ b) $\phi =$ c) $\vec{F} \times \vec{G} =$

4. a)



b) $\vec{V}_A = 20 \frac{m}{s} \hat{j}$ $\vec{V}_V = \left(-\frac{5}{2}\sqrt{2} \hat{i} - \frac{5}{2}\sqrt{2} \hat{j} \right) \frac{m}{s}$

c) $\vec{V}_V = \left(-\frac{5}{2}\sqrt{2} \hat{i} + \left(20 - \frac{5}{2}\sqrt{2} \right) \hat{j} \right) \frac{m}{s}$

d) Se desvía $12,2^\circ$ al oeste del norte ($\theta \approx -12,5^\circ$), por lo tanto debe corregir el rumbo para mantener la dirección norte a pesar del viento.

Recuerde que en navegación 0° corresponde al norte.

8. $F_{AB} = 200\text{N}$ en dirección BA (hacia fuera de la barra AB)
 $F_{AC} = 200\text{N}$ en dirección AC (hacia adentro de la barra AC)

9. Vector paralelo a V y magnitud 25 unidades: $\vec{W} = 15 \hat{i} - 10 \hat{j} + 10\sqrt{3} \hat{k}$

11. Ancho del río: $57,7 \text{ m}$

12. a)



b) $d_3 = 1,84 \text{ km}$

c) Dist entre ambas boyas: 6 km

- 18.** a) Tiempo de vuelo de la pelota: 17 segundos
b) Es atrapada a 170 metros del lanzador
c) Velocidad al momento de ser atrapada: $\vec{v}_f = (10 \hat{i} - 67,7 \hat{j}) m/s$
- 20.** Ejercicio de planimetría
- a) El lado BC mide 223,9 m y forma un ángulo de $44,1^\circ$ con el Norte
- b) Suma de ángulos internos: $115^\circ + 35,9^\circ + 29,1^\circ = 180^\circ$
- c) $\mathbf{BC} = (156,7 \hat{i} + 161,2 \hat{j}) m$